



แบบทดสอบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2562

(ฉบับเฉลย)

สำนักทดสอบทางการศึกษา
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

แบบทดสอบนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์ของสำนักทดสอบทางการศึกษา
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ถ้าคัดลอก ดัดแปลง เฉลยเพื่อ
จำหน่าย หรือนำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต จะถูกดำเนินคดีตามกฎหมาย

คำชี้แจงแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 30 ข้อ ให้เวลาทำแบบทดสอบ 90 นาที
2. แบบทดสอบฉบับนี้แบ่งเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว จำนวน 17 ข้อ
(ข้อ 1 – 17) ให้คะแนน ข้อละ 3 คะแนน รวม 51 คะแนน

ตัวอย่าง 0. ถ้า $a^3 = 343$ แล้ว a มีค่าเท่าไร

- 1) -7, 0, 7
- 2) -7, 7
- 3) 7
- 4) -7

วิธีตอบ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวโดยระบายทับหมายเลขที่ตรงกับตัวเลือกที่ต้องการลงในกระดาษคำตอบ ถ้านักเรียนคิดว่าตัวเลือกที่ 3 ถูกต้อง ดังนี้

ข้อ 0	<input type="radio"/> ①	<input type="radio"/> ②	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> ④
-------	-------------------------	-------------------------	----------------------------------	-------------------------

ตอนที่ 2 แบบเชิงซ้อน จำนวน 4 ข้อ ให้นักเรียนระบายคำตอบ ในช่อง ใช่ หรือ ไม่ใช่ ในแต่ละข้อย่อย
(ข้อที่ 18 – 21) ให้คะแนน ข้อละ 4 คะแนน แต่ละข้อมี 4 ข้อย่อย ข้อย่อยละ 1 คะแนน
รวม 16 คะแนน

ตัวอย่าง 00. กำหนดให้ $A + 3 = 11$, $B - 5 = 7$ และ $2C = 30$

พิจารณาความสอดคล้องของข้อความที่กำหนดให้กับข้อมูลข้างต้นว่าเป็นจริงหรือไม่
ถ้าเป็นจริงให้ระบายในวงกลม ① ใต้คำว่า “ใช่” ถ้าไม่เป็นจริงให้ระบายในวงกลม ②
ใต้คำว่า “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อย่อย

ข้อ	ข้อความ	ใช่	ไม่ใช่
00.1	$A + B = 20$	①	②
00.2	$C - A = 6$	①	②
00.3	$A + B - C = 5$	①	②
00.4	$C - B + A = 10$	①	②

วิธีตอบ ถ้านักเรียนคิดว่าข้อความ 00.1 และ 00.3 เป็นจริง ให้ใช้ดินสอดำระบายลงใน
 กระดาษคำตอบช่อง **ใช่** ข้อความ 00.2 และ 00.4 ไม่จริง ให้ใช้ดินสอดำระบายลงใน
 กระดาษคำตอบช่อง **ไม่ใช่** ดังนี้

ข้อ	ใช่	ไม่ใช่
00.1	●	②
00.2	①	●
00.3	●	②
00.4	①	●

ตอนที่ 3 แบบเขียนตอบสั้น ให้นักเรียนคิดหาคำตอบ แล้วเขียนคำตอบลงในกระดาษคำตอบ
 จำนวน 8 ข้อ (ข้อ 22 – 29) ให้คะแนน ข้อละ 3.5 คะแนน รวม 28 คะแนน

ตัวอย่าง 000. ค่าของ x จากสมการ $3x + 20 = 4x + 13$ เท่ากับเท่าใด

ตอบ

วิธีตอบ ให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในกระดาษคำตอบดังนี้

ข้อ 000. ตอบ.....7.....

ตอนที่ 4 แบบแสดงวิธีทำ ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำลงในกระดาษคำตอบ จำนวน 1 ข้อ (ข้อ 30)
 ให้คะแนน 5 คะแนน

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ ข้อ 1 – 17 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว
แล้วระบายลงในกระดาษคำตอบ

1. ถ้าระยะทางจากโลกไปยังดวงจันทร์ 38×10^4 กิโลเมตร และระยะทางจากโลกไปยังดาวอังคาร 225×10^6 กิโลเมตร แล้วระยะทางจากดวงจันทร์ไปยังดาวอังคารเท่ากับกี่กิโลเมตร (ในกรณีที่โลก ดวงจันทร์ และดาวอังคารโคจรมาอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันตามลำดับ)

- 1) 1.87×10^4
- 2) 1.87×10^{12}
- 3) 2.2462×10^8
- 4) 2.2538×10^8

ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย

3) ถูก เพราะ

$$\begin{aligned} \text{ระยะทางจากดวงจันทร์ไปยังดาวอังคาร} &= (225 \times 10^6) - (38 \times 10^4) \\ &= (225 \times 10^2 \times 10^4) - (38 \times 10^4) \\ &= (22,500 - 38) \times 10^4 \\ &= 22,462 \times 10^4 \\ &= 2.2462 \times 10^8 \text{ กิโลเมตร} \end{aligned}$$

ตัวลวง

1) ผิด เพราะ ใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง

$$\begin{aligned} \text{ระยะทางจากดวงจันทร์ไปยังดาวอังคาร} &= (225 \times 10^6) - (38 \times 10^4) \\ &= (225 - 38) \times 10^{6-4} \\ &= 187 \times 10^2 \\ &= 1.87 \times 10^4 \text{ กิโลเมตร} \end{aligned}$$

2) ผิด เพราะ ใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง

$$\begin{aligned} \text{ระยะทางจากดวงจันทร์ไปยังดาวอังคาร} &= (225 \times 10^6) - (38 \times 10^4) \\ &= (225 - 38) \times 10^{6+4} \\ &= 187 \times 10^{10} \\ &= 1.87 \times 10^{12} \text{ กิโลเมตร} \end{aligned}$$

4) ผิด เพราะ ใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง

$$\begin{aligned} \text{ระยะทางจากดวงจันทร์ไปยังดาวอังคาร} &= (225 \times 10^6) - (38 \times 10^4) \\ &= (225 \times 10^2 \times 10^4) - (38 \times 10^4) \\ &= [(225 \times 10^2) + 38] \times 10^4 \\ &= 22,538 \times 10^4 \\ &= 2.2538 \times 10^8 \text{ กิโลเมตร} \end{aligned}$$

2. ฐานสั่งการของนักบินอวกาศตั้งอยู่ที่ดาวอังคาร นักบินอวกาศสั่งการให้หุ่นยนต์ที่ดาวเสาร์ถ่ายภาพพื้นผิวดาวเสาร์และส่งภาพกลับมาด้วยเครื่องมือความเร็วแสง

ดาวเสาร์อยู่ห่างจากดาวอังคาร 8 AU

ความเร็วแสง 1.08×10^6 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

1 หน่วยดาราศาสตร์ (1AU) ประมาณ 1.5×10^8 กิโลเมตร

ที่มา : สถาบันวิจัยดาราศาสตร์

นักบินอวกาศจะได้ภาพหลังจากหุ่นยนต์ส่งภาพมาแล้วประมาณกี่ชั่วโมง

1) $\frac{1}{9}$

2) $\frac{1}{9} \times 10^4$

3) $\frac{1}{9} \times 10^3$

4) $\frac{1}{9} \times 10^2$

ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย

2) ถูก เพราะ ดาวเสาร์อยู่ห่างจากดาวอังคาร 8 AU

1 หน่วยดาราศาสตร์ (1AU) ประมาณ 1.5×10^8 กิโลเมตร

ดาวเสาร์อยู่ห่างจากดาวอังคาร $8 \times 1.5 \times 10^8$ กิโลเมตร

ความเร็วแสง 1.08×10^6 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ระยะทาง $8 \times 1.5 \times 10^8$ กิโลเมตร ใช้เวลาในการเคลื่อนที่

$$\frac{8 \times 1.5 \times 10^8}{1.08 \times 10^6} = \frac{12.0 \times 10^8}{1.08 \times 10^6}$$

$$= \frac{12 \times 10^8}{108 \times 10^4}$$

$$= \frac{1}{9} \times 10^4 \text{ ชั่วโมง}$$

ตัวอย่าง

1) ผิด เพราะ ใช้สมบัติเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง

$$\frac{8 \times 1.5 \times 10^8}{1.08 \times 10^6} = \frac{12 \times 10^8}{108 \times 10^8} \quad \text{ซึ่งไม่ถูกต้อง}$$

$$= \frac{12}{108}$$

$$= \frac{1}{9} \quad \text{ชั่วโมง}$$

3) ผิด เพราะ ใช้สมบัติเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง

$$\frac{8 \times 1.5 \times 10^8}{1.08 \times 10^6} = \frac{12 \times 10^8}{10.8 \times 10^6} \quad \text{ซึ่งไม่ถูกต้อง}$$

$$= \frac{12 \times 10^8}{108 \times 10^5}$$

$$= \frac{1}{9} \times 10^3 \quad \text{ชั่วโมง}$$

4) ผิด เพราะ ใช้สมบัติเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง

$$\frac{8 \times 1.5 \times 10^8}{1.08 \times 10^6} = \frac{12 \times 10^9}{108 \times 10^7} \quad \text{ซึ่งไม่ถูกต้อง}$$

$$= \frac{1}{9} \times 10^2 \quad \text{ชั่วโมง}$$

3. กำหนดให้

$$\sqrt{A} + \sqrt[3]{343} = 12$$

และ

$$\sqrt{169} - \sqrt[3]{B} = 10$$

แล้ว $B - A$ ตรงกับข้อใด

- 1) -2
- 2) -1
- 3) 1
- 4) 2

ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริงและใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย

4) ถูก เพราะ เนื่องจาก $\sqrt{A} + \sqrt[3]{343} = 12$

$$\sqrt{A} + 7 = 12$$

$$\sqrt{A} = 12 - 7 = 5$$

$$A = 25$$

และ $\sqrt{169} - \sqrt[3]{B} = 10$

$$13 - \sqrt[3]{B} = 10$$

$$\sqrt[3]{B} = 13 - 10$$

$$\sqrt[3]{B} = 3$$

$$B = 27$$

ดังนั้น $B - A = 27 - 25 = 2$

ตัวลวง

1) ผิด เพราะ หาค่า $A = 25$ และ $B = 27$ ได้ถูกต้อง แต่หา $A - B$

$$A - B = 25 - 27 = -2$$

2) ผิด เพราะ หาค่า $A = 5^2 = 10$ และ $B = 3^3 = 9$ ซึ่งไม่ถูกต้อง

จะได้ $B - A = 9 - 10 = -1$

3) ผิด เพราะ หาค่า $A = 5^2 = 10$ และ $B = 3^3 = 9$ ซึ่งไม่ถูกต้อง และหา $A - B$

$$A - B = 10 - 9 = 1$$

4. กำหนดให้

$$A = (x + 3) + (x^2 - 2x) + (4x - 5)$$

$$B = (x^4 + 3x^3 - x^2) \div x^2$$

แล้ว $B - A$ มีค่าตรงกับข้อใด

- 1) 1
- 2) 7
- 3) -1
- 4) -3

ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.2/1 เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนาม และใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เฉลย

1) ถูก เพราะ

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก } A &= (x + 3) + (x^2 - 2x) + (4x - 5) \\ &= x + 3 + x^2 - 2x + 4x - 5 \\ &= x^2 + 3x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ } B &= (x^4 + 3x^3 - x^2) \div x^2 \\ &= \frac{x^4}{x^2} + \frac{3x^3}{x^2} - \frac{x^2}{x^2} \\ &= x^2 + 3x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } B - A &= (x^2 + 3x - 1) - (x^2 + 3x - 2) \\ &= x^2 + 3x - 1 - x^2 - 3x + 2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง

2) ผิด เพราะ หาผลลัพธ์ของพหุนาม A ผิด

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } A &= (x + 3) + (x^2 - 2x) + (4x - 5) \\ &= x + 3 + x^2 - 2x + 4x - 5 \\ &= x^2 + 3x - 8 \quad \text{ซึ่งไม่ถูกต้อง}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น } B - A &= (x^2 + 3x - 1) - (x^2 + 3x - 8) \\ &= x^2 + 3x - 1 - x^2 - 3x + 8 \\ &= 7\end{aligned}$$

3) ผิด เพราะ หาผลลัพธ์ของพหุนาม A และ B ถูกต้อง แต่นำมาคิดคำนวณในรูป $A - B$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } A &= x^2 + 3x - 2 \quad \text{และ } B = x^2 + 3x - 1 \\ \text{ดังนั้น } A - B &= (x^2 + 3x - 2) - (x^2 + 3x - 1) \\ &= x^2 + 3x - 2 - x^2 - 3x + 1 \\ &= -1\end{aligned}$$

4) ผิด เพราะ หาผลลัพธ์ของพหุนาม A และ B ถูกต้อง แต่หาผลลัพธ์ของ $B - A$ ไม่ถูกต้อง

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } A &= x^2 + 3x - 2 \quad \text{และ } B = x^2 + 3x - 1 \\ \text{ดังนั้น } B - A &= (x^2 + 3x - 1) - (x^2 + 3x - 2) \\ &= x^2 + 3x - 1 - x^2 - 3x - 2 \quad \text{ซึ่งไม่ถูกต้อง} \\ &= -3\end{aligned}$$

5. ครูแบ่งนักเรียนเป็น 3 กลุ่ม โดยให้นักเรียนช่วยกันแยกตัวประกอบของพหุนามที่กำหนด เมื่อเสร็จแล้ว แต่ละกลุ่มนำเสนองานได้ ดังนี้

กลุ่ม A

$$\begin{aligned}x^2 - 5x - 50 &= (x+5)(x-10) \\ 2x^2 + x - 6 &= (2x-3)(x+2)\end{aligned}$$

กลุ่ม B

$$\begin{aligned}x^2 - 10x - 11 &= (x+1)(x-11) \\ 2x^2 - x - 1 &= (2x-1)(x-1)\end{aligned}$$

กลุ่ม C

$$\begin{aligned}x^2 - 4x - 12 &= (x+2)(x-6) \\ 2x^2 - 3x - 5 &= (2x-5)(x+1)\end{aligned}$$

จากข้อมูล นักเรียนกลุ่มใดแยกตัวประกอบของพหุนามได้ถูกต้อง

- 1) A และ C
- 2) A และ B
- 3) B และ C
- 4) A, B และ C

ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.2/2 เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์

แนวเฉลย

การแยกตัวประกอบของพหุนามที่ถูกต้องของโจทย์แต่ละกลุ่ม ดังนี้

กลุ่ม A

$$\begin{aligned}x^2 - 5x - 50 &= (x+5)(x-10) \\ 2x^2 + x - 6 &= (2x-3)(x+2)\end{aligned}$$

กลุ่ม B

$$\begin{aligned}x^2 - 10x - 11 &= (x+1)(x-11) \\ 2x^2 - x - 1 &= (2x+1)(x-1)\end{aligned}$$

กลุ่ม C

$$\begin{aligned}x^2 - 4x - 12 &= (x+2)(x-6) \\ 2x^2 - 3x - 5 &= (2x-5)(x+1)\end{aligned}$$

จะเห็นว่ากลุ่ม A และกลุ่ม C แยกตัวประกอบของพหุนามได้ ถูกต้องทุกพหุนาม
แต่กลุ่ม B แยกตัวประกอบ $2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$ ซึ่งไม่ถูกต้อง

เฉลย

1) ถูก เพราะ กลุ่ม A และกลุ่ม C แยกตัวประกอบของพหุนามได้ ถูกต้องทุกพหุนาม

ตัวลวง

2) ผิด เพราะ กลุ่ม B แยกตัวประกอบผิดไป 1 พหุนามคือ $2x^2-x-1 = (2x-1)(x-1)$
ซึ่งไม่ถูกต้อง

3) ผิด เพราะ กลุ่ม B แยกตัวประกอบผิดไป 1 พหุนามคือ $2x^2-x-1 = (2x-1)(x-1)$
ซึ่งไม่ถูกต้อง

4) ผิด เพราะ กลุ่ม B แยกตัวประกอบผิดไป 1 พหุนามคือ $2x^2-x-1 = (2x-1)(x-1)$
ซึ่งไม่ถูกต้อง

6.

กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านยาว ยาวกว่าด้านกว้าง 4 เซนติเมตร เมื่อตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ยาวด้านละ 4 เซนติเมตร ออกจากมุมทั้งสี่ของแผ่นกระดาษ แล้วพับกระดาษประกอบเป็นกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากไม่มีฝา ซึ่งมีปริมาตร 884 ลูกบาศก์เซนติเมตร

จากข้อมูล กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าก่อนตัดมีความกว้างและความยาวกี่เซนติเมตร ตามลำดับ

- 1) 9 และ 13
- 2) 13 และ 17
- 3) 17 และ 21
- 4) 21 และ 25

ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.2/2 เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์

เฉลย

- 4) ถูก เพราะ กำหนดให้กระดาษก่อนตัด กว้าง x เซนติเมตร
 ดังนั้น ยาว $x + 4$ เซนติเมตร
 ตัดมุมเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้านละ 4 เซนติเมตร เมื่อพับเป็นกล่อง
 ได้กล่องที่มีความกว้าง $x - 4 - 4 = x - 8$ เซนติเมตร
 และความยาว $x + 4 - 4 - 4 = x - 4$ เซนติเมตร
 ปริมาตรของกล่อง = ความกว้าง \times ความยาว \times ความสูง

$$884 = (x - 8)(x - 4)(4)$$

$$221 = (x - 8)(x - 4)$$

$$0 = x^2 - 12x - 189$$

$$0 = (x + 9)(x - 21)$$

$$x = -9 \text{ และ } 21$$

ดังนั้น กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าก่อนตัด มีความกว้าง 21 เซนติเมตร

และมีความยาว $21 + 4 = 25$ เซนติเมตร

ตัวลวง

1) ผิด เพราะ แยกตัวประกอบผิด

$$X^2 - 12x - 189 = 0$$

$$(x - 9)(x + 21) = 0$$

$$x = 9 \text{ และ } -21$$

ดังนั้น กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าก่อนตัด มีความกว้าง 9 เซนติเมตร

และมีความยาว $9 + 4 = 13$ เซนติเมตร ซึ่งไม่ถูกต้อง

2) ผิด เพราะ หาความกว้างและความยาวของกล่องโดยไม่ได้ห้ส่วนที่ตัดออก

กว้าง x เซนติเมตร ยาว $x + 4$ เซนติเมตร

$$\text{ปริมาตร } (x)(x + 4)(4) = 884$$

$$(x)(x + 4) = 221$$

$$X^2 + 4x - 221 = 0$$

$$(x + 17)(x - 13) = 0$$

$$x = -17 \text{ และ } 13$$

ดังนั้น กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าก่อนตัด มีความกว้าง 13 เซนติเมตร

และมีความยาว $13 + 4 = 17$ เซนติเมตร ซึ่งไม่ถูกต้อง

3) ผิด เพราะ หาความกว้างและความยาวของกล่องโดยไม่ได้ห้ส่วนที่ตัดออก

และแยกตัวประกอบผิด

$$(x)(x + 4)(4) = 884$$

$$(x)(x + 4) = 221$$

$$X^2 + 4x - 221 = 0$$

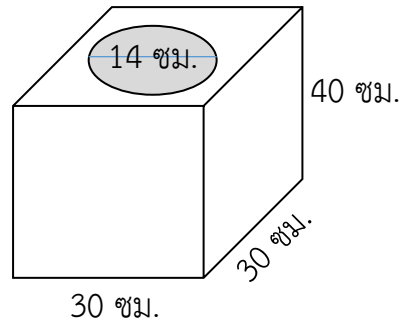
$$(x - 17)(x + 13) = 0$$

$$x = 17 \text{ และ } -13$$

ดังนั้น กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าก่อนตัด มีความกว้าง 17 เซนติเมตร

และมีความยาว $17 + 4 = 21$ เซนติเมตร ซึ่งไม่ถูกต้อง

7. กนกต้องการปลูกไม้ดอกลงในกระถางที่เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีความกว้าง 30 เซนติเมตร ความยาว 30 เซนติเมตร และความสูง 40 เซนติเมตร โดยมีปากกระถางเป็นรูปร่างกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 14 เซนติเมตร ดังรูป



กนกต้องการทาสีภายนอกเฉพาะด้านบนและด้านข้าง คิดเป็นพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร

(กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)

- 1) 4,800
- 2) 5,084
- 3) 5,546
- 4) 5,700

ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.2/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึมและ ทรงกระบอกในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย

3) ถูก เพราะ

จากโจทย์	กระถางเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	กว้าง	30	เซนติเมตร
		ยาว	30	เซนติเมตร
		สูง	40	เซนติเมตร
และ	วงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง		14	เซนติเมตร
	รัศมีของวงกลมยาว		7	เซนติเมตร

$$\begin{aligned}
 \text{ใช้สูตร พื้นที่ผิวข้าง} &= \text{ความยาวรอบรูป} \times \text{สูง} \\
 &= (30 + 30 + 30 + 30) \times 40 \\
 &= 120 \times 40 \\
 &= 4,800 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\
 \text{และ พื้นที่ผิวด้านบน} &= \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม} - \text{พื้นที่วงกลม}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (30 \times 30) - \left(\frac{22}{7} \times 7 \times 7 \right) \\
 &= 900 - 154 \\
 &= 746 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\
 \text{ดังนั้น ทาสีภายนอกเฉพาะด้านบนและด้านข้าง} &= \text{พื้นที่ผิวข้าง} + \text{พื้นที่ผิวด้านบน} \\
 &= 4,800 + 746 \\
 &= 5,546 \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง

1) ผิด เพราะ หาพื้นที่ผิวข้างเพียงอย่างเดียว

$$\begin{aligned}
 \text{ใช้สูตร พื้นที่ผิวข้าง} &= \text{ความยาวรอบรูป} \times \text{สูง} \\
 &= (30 + 30 + 30 + 30) \times 40 \\
 &= 120 \times 40 \\
 &= 4,800 \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

2) ผิด เพราะ หาพื้นที่ผิวด้านบนผิด โดยใช้ความยาวของรัศมี เท่ากับ 14 เซนติเมตร

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ผิวด้านบน} &= \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม} - \text{พื้นที่รูปวงกลม} \\
 &= (30 \times 30) - \left(\frac{22}{7} \times 14 \times 14 \right) \\
 &= 900 - 616 \\
 &= 284 \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ทาสีภายนอกเฉพาะด้านบนและด้านข้าง

$$\begin{aligned}
 &= \text{พื้นที่ผิวข้าง} + \text{พื้นที่ผิวด้านบน} \\
 &= 4,800 + 284 \\
 &= 5,084 \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

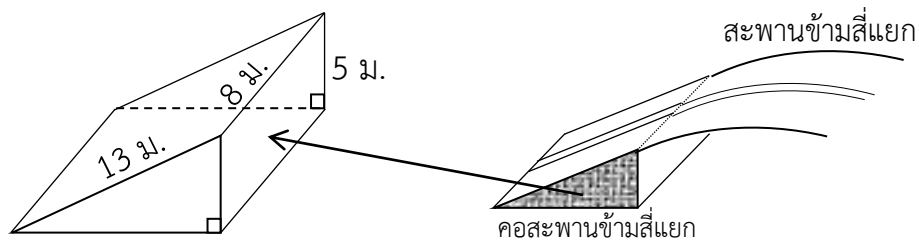
4) ผิด เพราะ หาพื้นที่ผิวด้านบนผิด โดยไม่ลบพื้นที่ของวงกลม

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ผิวด้านบน} &= \text{ด้าน} \times \text{ด้าน} \\
 &= 30 \times 30 \\
 &= 900 \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ทาสีภายนอกเฉพาะด้านบนและด้านข้าง

$$\begin{aligned}
 &= \text{พื้นที่ผิวข้าง} + \text{พื้นที่ผิวด้านบน} \\
 &= 4,800 + 900 \\
 &= 5,700 \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

8. วิศวกรโยธาต้องการคำนวณปริมาณของดินที่จะนำมาใส่คอสะพานข้ามสี่แยก ซึ่งจะมีลักษณะเป็นรูปปริซึมฐานสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความสูงจากพื้นถนนถึงผิวสะพาน 5 เมตร ความยาวของคอสะพานยาว 13 เมตร และถนนบนสะพานกว้าง 8 เมตร ดังรูป



วิศวกรโยธาต้องสั่งดินนำมาถมคอสะพานทั้งสองด้านที่ลูกบาศก์เมตร

- 1) 240
- 2) 480
- 3) 520
- 4) 1,040

ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย

2) ถูก เพราะ

หาความยาวฐาน จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$(\text{ความยาวของคอสะพาน})^2 = (\text{ความยาวฐาน})^2 + (\text{ความสูงจากพื้นถนนถึงผิวสะพาน})^2$$

$$13^2 = (\text{ความยาวฐาน})^2 + 5^2$$

$$(\text{ความยาวฐาน})^2 = 13^2 - 5^2$$

$$= 169 - 25$$

$$= 144$$

$$\text{ความยาวฐาน} = \sqrt{144} = 12 \text{ เมตร}$$

จะได้ ปริมาตรของคอสะพานแต่ละด้าน

$$= \text{พื้นที่หน้าตัด} \times \text{ความกว้างของถนน}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \right) \times \text{ความกว้างของถนน}$$



$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 5 \right) \times 8 \\ &= 240 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \end{aligned}$$

เนื่องจาก คอสะพานมี 2 ด้าน

ดังนั้น วิศวกรโยธาต้องสั่งดินนำมาถมคอสะพานทั้งสองด้านเท่ากับ

$$240 \times 2 = 480 \text{ ลูกบาศก์เมตร}$$

ตัวอย่าง

1) ผิด เพราะ หาปริมาตรคอสะพานเพียงด้านเดียว เท่ากับ 240 ลูกบาศก์เมตร

3) ผิด เพราะ ใช้ด้านที่มีความยาวเท่ากับ 13 เมตร เป็นฐาน

จะได้ ปริมาตรของคอสะพาน = พื้นที่หน้าตัด \times ความกว้างของถนน

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \right) \times \text{ความกว้างของถนน} \\ &= \left(\frac{1}{2} \times 13 \times 5 \right) \times 8 \\ &= 260 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \end{aligned}$$

เนื่องจาก คอสะพานมี 2 ด้าน

ดังนั้น วิศวกรโยธาต้องสั่งดินนำมาถมคอสะพานทั้งสองด้านเท่ากับ

$$260 \times 2 = 520 \text{ ลูกบาศก์เมตร}$$

4) ผิด เพราะ นำจำนวนที่โจทย์กำหนดให้มาคูณกัน

$$\text{จะได้ } 13 \times 5 \times 8 = 520 \text{ ลูกบาศก์เมตร}$$

เนื่องจาก คอสะพานมี 2 ด้าน

ดังนั้น วิศวกรโยธาต้องสั่งดินนำมาถมคอสะพานทั้งสองด้านเท่ากับ

$$520 \times 2 = 1,040 \text{ ลูกบาศก์เมตร}$$

9. นพพลต้องการซื้อดินมาถมสนามหญ้าหน้าบ้าน ซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก กว้าง 18 เมตร และ ยาว 21 เมตร โดยยกระดับสูงกว่าระดับเดิม 20 เซนติเมตร ถ้ารถบรรทุกดินกระบะบรรทุกยาว 3.5 เมตร กว้าง 2 เมตร สูง 1 เมตร จะต้องบรรทุกดินอย่างน้อยกี่เที่ยว
- 1) 9
 - 2) 10
 - 3) 11
 - 4) 13

ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย

- 3) ถูก เพราะ ปริมาตรของดินที่ต้องการซื้อ คือ $18 \times 21 \times 0.20 = 75.6$ ลูกบาศก์เมตร
ปริมาตรของกระบะบรรทุก คือ $3.50 \times 2 \times 1 = 7$ ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้น จะต้องบรรทุกดินทั้งหมด $\frac{75.6}{7} = 10.8$ เที่ยว บรรจุดินอย่างน้อย 11 เที่ยว

ตัวลวง

- 1) ผิด เพราะ คิวปริมาตรของดินที่ต้องการซื้อผิด คือ $18 \times 18 \times 0.21 = 68.04$ ลูกบาศก์เมตร
ปริมาตรของกระบะบรรทุก คือ $3.50 \times 2 \times 1 = 7$ ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้น จะต้องบรรทุกดินทั้งหมด $\frac{68.04}{7} = 9.72$ เที่ยว แต่ประมาณเป็น 9 เที่ยว

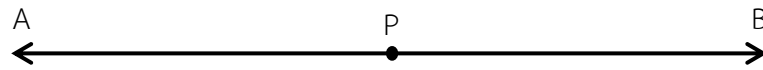
- 2) ผิด เพราะ คิวปริมาตรของดินที่ต้องการซื้อ คือ $18 \times 21 \times 0.20 = 75.6$ ลูกบาศก์เมตร
ปริมาตรของกระบะบรรทุก คือ $3.50 \times 2 \times 1 = 7$ ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้น จะต้องบรรทุกดินทั้งหมด $\frac{75.6}{7} = 10.8$ เที่ยว แต่ประมาณเป็น 10 เที่ยว

- 4) ผิด เพราะ คิวปริมาตรของดินที่ต้องการซื้อผิด คือ $21 \times 21 \times 0.20 = 88.2$ ลูกบาศก์เมตร
ปริมาตรของกระบะบรรทุก คือ $3.50 \times 2 \times 1 = 7$ ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้น จะต้องบรรทุกดินทั้งหมด $\frac{88.2}{7} = 12.6$ เที่ยว แต่ประมาณเป็น 13 เที่ยว

10. ให้จุด P เป็นจุดบน \overleftrightarrow{AB} ดังรูป



ขั้นที่ 1 ให้จุด P เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวพอสมควร เขียนส่วนโค้งตัด \overleftrightarrow{AB} ที่จุด C และ D ตามลำดับ

ขั้นที่ 2 ให้จุด C และ D เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวเท่ากัน เขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด E

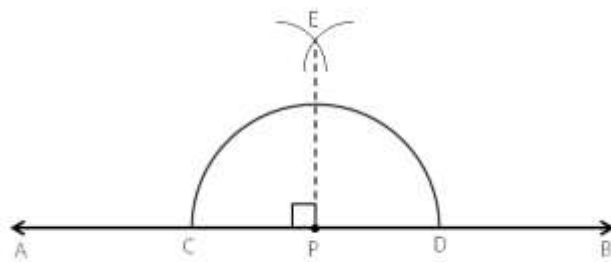
ขั้นที่ 3 ลาก \overline{PE}

จากขั้นตอนการสร้างดังกล่าว จะทำให้เกิดมุม \widehat{APE} มีขนาดกี่องศา

- 1) 45°
- 2) 80°
- 3) 90°
- 4) 180°

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/1 ใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและเครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

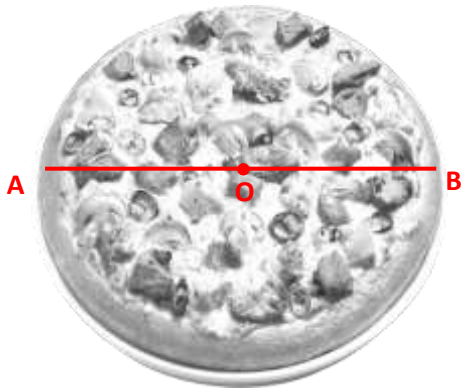
เฉลย 3) ถูก เพราะ จากขั้นตอนได้ภาพดังนี้



ตัวลวง

1), 2) และ 4) ผิด เพราะ จากขั้นตอนการสร้างจะได้ \widehat{APE} มีขนาด 90°

11. แก้วชื้อพิซซ่ามาเลี้ยงเด็ก ดังรูป พิจารณาขั้นตอนการสร้างรูปดังต่อไปนี้



ขั้นที่ 1 ลาก \overline{AB} ผ่านจุดศูนย์กลาง O

ขั้นที่ 2 ใช้จุด A และ B เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวมากกว่า AO เขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด C

ขั้นที่ 3 ลาก \overline{CO} ตัดส่วนโค้งของวงกลม ที่จุด E

ขั้นที่ 4 ใช้จุด B และ E เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวเท่ากัน เขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด F

ขั้นที่ 5 ลาก \overline{FO} ตัดส่วนโค้งของวงกลม ที่จุด G

ขั้นที่ 6 ใช้ E เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวเท่ากับ BG เขียน

ส่วนโค้งตัดเส้นรอบวงต่อ ๆ ไป ตามลำดับจนครบรอบวงกลม

จากขั้นตอนการแบ่งพิซซ่า ถ้าเด็กได้รับพิซซ่าคนละ 1 ชิ้น แก้วจะแบ่งพิซซ่าให้เด็กได้ถาดละกี่คน

- 1) 10
- 2) 8
- 3) 6
- 4) 4

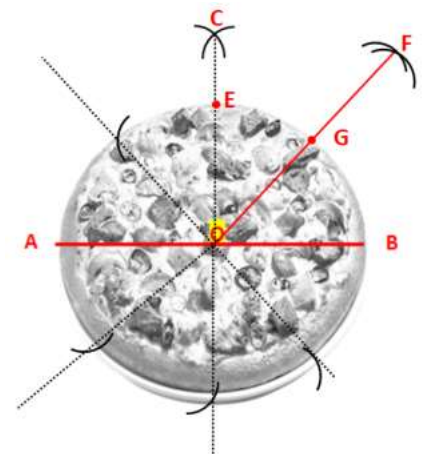
ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/1 ใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและเครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต อื่น ๆ เพื่อสร้าง รูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย

- 2) ถูก เพราะ จากวิธีสร้างจะได้รูป ดังนี้
แก้วแบ่งพิซซ่าได้ 8 ชิ้น เท่า ๆ กัน
ดังนั้น แก้วแบ่งพิซซ่าให้เด็กได้ถาดละ 8 คน

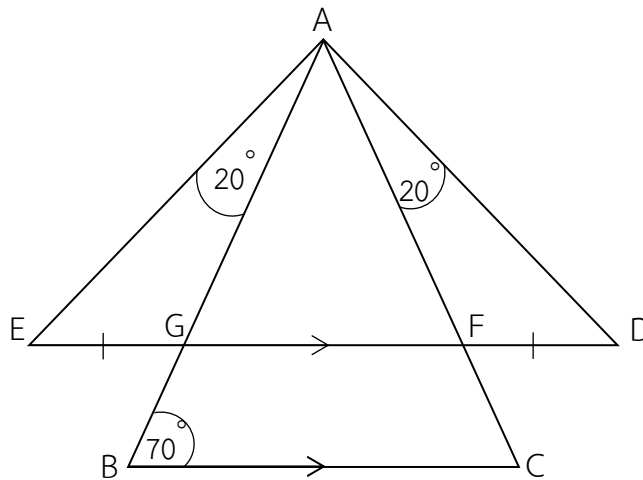
ตัวลวง

- 1), 3) และ 4) ผิด เพราะ จากขั้นตอนการสร้างคิดวิธีแบ่งมุมผิด



12. กำหนด $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มี \overline{BC} เป็นฐาน

$\overline{BC} \parallel \overline{ED}$, $EG = DF$, $\hat{BAE} = \hat{CAD} = 20^\circ$ และ $\hat{ABC} = 70^\circ$ ดังรูป



พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. $\hat{BAC} = 30^\circ$
- ข. $\hat{AED} = \hat{ADE} = 50^\circ$
- ค. $\hat{AGE} = \hat{AFD} = 100^\circ$
- ง. $\triangle AED$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จากข้อความข้างต้น ข้อใดถูกต้อง

- 1) ข และ ง
- 2) ก และ ง
- 3) ก และ ค
- 4) ข และ ค

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/2 นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

แนวเฉลย

ก. เนื่องจาก ผลรวมของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม เท่ากับ 180°

$$\text{จะได้ } 70^\circ + 70^\circ + \hat{BAC} = 180^\circ$$

$$\hat{BAC} = 180^\circ - 140^\circ$$

$$\hat{BAC} = 40^\circ$$

ดังนั้น

$$\hat{BAC} = 30^\circ \quad \text{จึงไม่ถูกต้อง}$$

ข. เนื่องจาก $\widehat{ABC} = 70^\circ$ จะได้ $\widehat{ACB} = 70^\circ$ มุมที่ฐานรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จากโจทย์ กำหนด $\overline{BC} // \overline{ED}$

$\widehat{AGF} = \widehat{AFG} = 70^\circ$ มุมภายนอกเท่ากับมุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด

$\widehat{AGE} + \widehat{AGF} = 180^\circ$ มุมตรง

จะได้ $\widehat{AGE} = \widehat{AFD} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

และ $\widehat{BAE} = \widehat{CAD} = 20^\circ$ จากโจทย์

ดังนั้น $\widehat{AED} = \widehat{ADE} = 180^\circ - 110^\circ - 20^\circ = 50^\circ$

ค. เนื่องจาก $\widehat{ABC} = 70^\circ$ และ $\widehat{ACB} = 70^\circ$ มุมที่ฐานรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จากโจทย์ กำหนด $\overline{BC} // \overline{ED}$

$\widehat{AGF} = \widehat{AFG} = 70^\circ$ มุมภายนอกเท่ากับมุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด

$\widehat{AGE} + \widehat{AGF} = 180^\circ$ มุมตรง

จะได้ $\widehat{AGE} = \widehat{AFD} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

ดังนั้น $\widehat{AGE} = \widehat{AFD} = 100^\circ$ จึงไม่ถูกต้อง

ง. เนื่องจาก $\triangle AGE \cong \triangle AFD$ แบบ มุม - ด้าน - มุม

และ $AE = AD$

ดังนั้น $\triangle AED$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

เฉลย

1) ถูก เพราะ ข และ ง ถูกต้อง

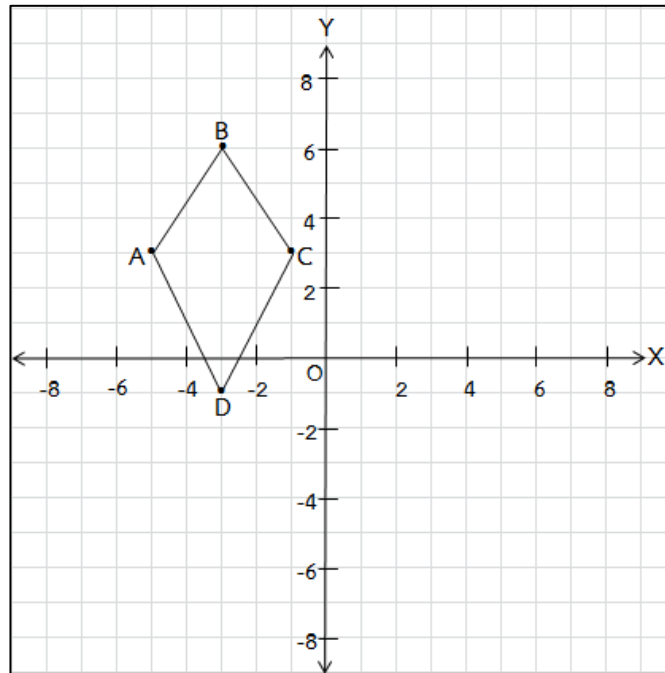
ตัวลวง

2) ผิด เพราะ ก ไม่ถูกต้อง

3) ผิด เพราะ ก และ ค ไม่ถูกต้อง

4) ผิด เพราะ ค ไม่ถูกต้อง

13. กำหนด $\square ABCD$ มีพิกัดจุด ดังนี้ $A(-5, 3)$, $B(-3, 6)$, $C(-1, 3)$ และ $D(-3, -1)$

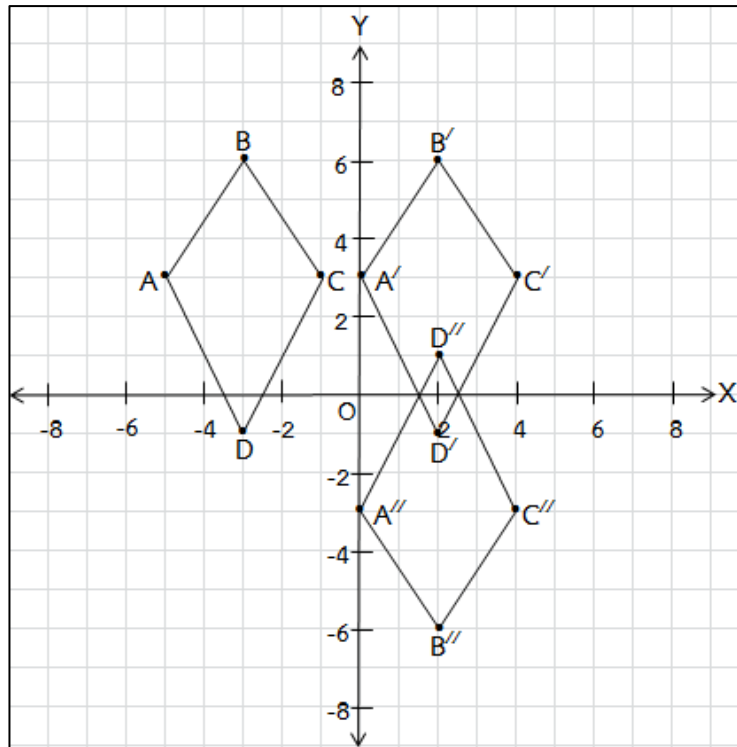


ถ้าเลื่อนขนาน $\square ABCD$ ไปทางขวา 5 หน่วย และสะท้อน $\square A'B'C'D'$ ด้วยเส้นสะท้อนแกน X แล้วได้ $\square A''B''C''D''$ พิกัดจุดในข้อใด ไม่ถูกต้อง

- 1) $A''(0, -3)$
- 2) $B''(2, -6)$
- 3) $C''(4, -3)$
- 4) $D''(2, -1)$

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย

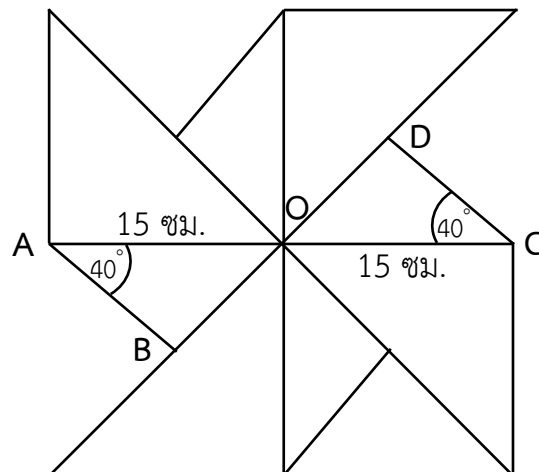


4) ถูก เพราะ D'' มีพิกัดจุดที่ถูกต้องเป็น $(2, 1)$

ตัวลวง

- 1) ผิด เพราะ A'' มีพิกัดจุดเป็น $(0, -3)$
- 2) ผิด เพราะ B'' มีพิกัดจุดเป็น $(2, -6)$
- 3) ผิด เพราะ C'' มีพิกัดจุดเป็น $(4, -3)$

14. นิสาลประดิษฐ์ของเล่นเป็นกังหันลมให้น้องเล่นในช่วงปิดเทอม ดังรูป



จากรูปข้างต้น ถ้า $\widehat{ABO} = 95^\circ$ แล้ว มุม \widehat{DOC} เท่าใด

- 1) 35°
- 2) 40°
- 3) 45°
- 4) 50°

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/4 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย

3) ถูก เพราะ $\widehat{BAO} + \widehat{ABO} + \widehat{AOB} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกัน 180°)

และ $\widehat{BAO} = 40^\circ$ (กำหนดให้)

ถ้า $\widehat{ABO} = 95^\circ$

จะได้ $40^\circ + 95^\circ + \widehat{AOB} = 180^\circ$

$$\widehat{AOB} = 45^\circ$$

ดังนั้น $\widehat{AOB} = \widehat{DOC} = 45^\circ$ (มุมตรงข้าม)

ตัวอย่าง

1) ผิด เพราะ คิดจากขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกัน 170°

$$\widehat{BAO} + \widehat{ABO} + \widehat{AOB} = 170^\circ$$

จะได้ $40^\circ + 95^\circ + \widehat{AOB} = 170^\circ$

$$\widehat{AOB} = 35^\circ$$

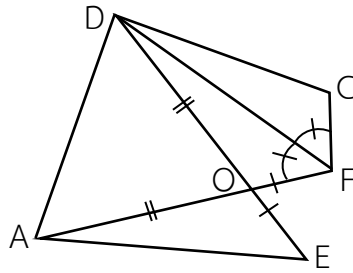
ดังนั้น $\widehat{AOB} = \widehat{DOC} = 35^\circ$ (มุมตรงข้าม)

2) ผิด เพราะ คิดว่า $\triangle DCO$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มุม $\widehat{DOC} = \widehat{DCO} = 40^\circ$

4) ผิด เพราะ คิดจาก $\widehat{DOC} + 40^\circ = 90^\circ$

จึงได้ $\widehat{DOC} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

15. จากรูป \overline{AF} และ \overline{DE} ตัดกันที่จุด O ลาก \overline{AD} ทำให้รูปสามเหลี่ยม OAD เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มี \overline{AD} เป็นฐาน ลาก \overline{AE} และ \overline{DF} และสร้างรูปสามเหลี่ยม CDF ให้ $\widehat{DFC} = \widehat{DFO}$ และ $EO = FO$



ข้อใดถูกต้อง

- 1) $\triangle AOE \cong \triangle DOF$ เพราะ มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน
- 2) $\triangle AOE \cong \triangle DOF$ เพราะ มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน - มุม - ด้าน
- 3) $\triangle DOF \cong \triangle DCF$ เพราะ มีความสัมพันธ์แบบ มุม - ด้าน - มุม
- 4) $\triangle DOF \cong \triangle DCF$ เพราะ มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/4 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย

- 2) ถูก เพราะ $\triangle OAD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มี \overline{AD} เป็นฐาน

$$OA = OD \quad \text{กำหนดให้}$$

$$\widehat{AOE} = \widehat{DOF} \quad \text{มุมตรงข้าม}$$

$$EO = FO \quad \text{กำหนดให้}$$

$$\triangle AOE \cong \triangle DOF \quad \text{เพราะ มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน - มุม - ด้าน}$$

ตัวลวง

- 1) ผิด เพราะ $\triangle AOE$ และ $\triangle DOF$ มีด้านเท่ากันเพียง 2 คู่ คือ $OA = OD$ และ $EO = FO$ และไม่มีเหตุผลเพียงพอที่จะระบุว่า $AE = EF$

จึงไม่สามารถสรุปได้ว่า $\triangle AOE \cong \triangle DOF$ แบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน

- 3) ผิด เพราะ $\triangle DOF$ และ $\triangle DCF$ มีมุมเท่ากันเพียง 1 คู่

จึงไม่สามารถสรุปได้ว่า $\triangle DOF \cong \triangle DCF$ แบบ มุม - ด้าน - มุม

- 4) ผิด เพราะ $\triangle DOF$ และ $\triangle DCF$ มีด้านเท่ากันเพียง 1 คู่ คือ $DF = DF$

จึงไม่สามารถสรุปได้ว่า $\triangle DOF \cong \triangle DCF$ แบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน

16. ศักดิ์ชัยและดำรงเดินทางจากจุดเริ่มต้นเดียวกัน ที่จุด A ไปตามเส้นทาง ดังนี้

ศักดิ์ชัย เดินไปทางทิศตะวันตกของจุด A เป็นระยะทาง 40 เมตร ถึงจุด B
 จากจุด B เดินไปทางทิศใต้เป็นระยะทาง 9 เมตร ถึงจุด C
 จากจุด C เดินไปทางจุด A เป็นระยะทาง 41 เมตร

ดำรง เดินไปทางทิศตะวันออกของจุด A เป็นระยะทาง 15 เมตร ถึงจุด D
 จากจุด D เดินไปทางทิศใต้เป็นระยะทาง 8 เมตร ถึงจุด E
 จากจุด E เดินไปทางจุด A เป็นระยะทาง 16 เมตร

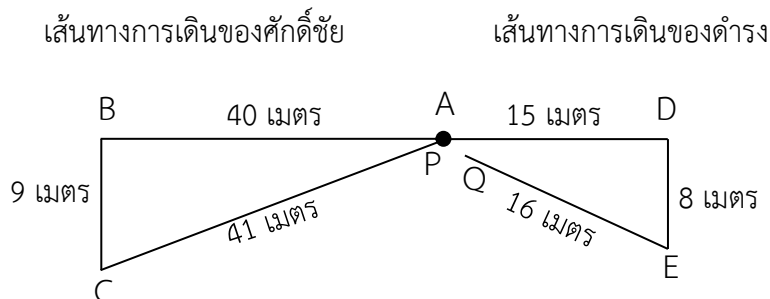
จากข้อมูลข้างต้น การเดินทางของใครสิ้นสุดที่จุด A

- 1) ศักดิ์ชัย
- 2) ดำรง
- 3) ศักดิ์ชัยและดำรง
- 4) การเดินทางทั้งสองคนไม่สิ้นสุดที่จุด A

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง

แนวเฉลย

เขียนแผนผังแสดงเส้นทางการเดินของศักดิ์ชัยและดำรง ได้ดังนี้



เมื่อการเดินทางของศักดิ์ชัยสิ้นสุดที่จุด P และการเดินทางของดำรงสิ้นสุดที่จุด Q
ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ตรวจสอบการเดินทางของศักดิ์ชัย ดังนี้

$$9^2 + 40^2 = 81 + 1,600 = 1,681$$

และ $41^2 = 1,681$

จะได้ $9^2 + 40^2 = 41^2$

สรุปได้ว่า การเดินทางของศักดิ์ชัยสิ้นสุดที่จุด A

ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ตรวจสอบการเดินทางของดำรง ดังนี้

$$15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \text{ ซึ่งเท่ากับ } 17^2$$

แต่ $16^2 = 256$

จะได้ $15^2 + 8^2 \neq 16^2$

สรุปได้ว่า การเดินทางของดำรงไม่สิ้นสุดที่จุด A

ดังนั้น ศักดิ์ชัย เดินทางถึงจุด A แต่ดำรงเดินทางไม่ถึงจุด A

เฉลย

1) ถูก เพราะ ศักดิ์ชัย เดินทางถึงจุด A แต่ ดำรงเดินทางไม่ถึงจุด A

ตัวลวง

2) ผิด เพราะ ดำรง เดินทางไม่ถึงจุด A

3) ผิด เพราะ ศักดิ์ชัย เดินทางถึงจุด A แต่ ดำรงเดินทางไม่ถึงจุด A

4) ผิด เพราะ ศักดิ์ชัย เดินทางถึงจุด A เพียงคนเดียว

17. แผนภาพต้น-ใบ แทน ความสูงของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง จำนวน 20 คน ซึ่งมีหน่วยเป็น เซนติเมตร ดังนี้

14	0	1	2	3		
15	2	2	3	5	8	9
16	0	0	3	4	6	7
17	0	1	1	5		

จากข้อมูล ข้อใดกล่าวเกี่ยวกับค่าสถิติถูกต้อง

- 1) มัธยฐานของความสูงนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับ 159 เซนติเมตร
- 2) ฐานนิยมของความสูงนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับ 160 เซนติเมตร
- 3) นักเรียนที่สูงกว่า 160 เซนติเมตร มีจำนวนคิดเป็นร้อยละ 35 ของนักเรียนทั้งหมด
- 4) นักเรียนที่สูงที่สุดในห้องนี้ สูงกว่านักเรียนที่เตี้ยที่สุด 35 เซนติเมตร

ตัวชี้วัด ค 3.1 ม.2/1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล จากแผนภาพจุดแผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้ง นำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้ เทคโนโลยีที่เหมาะสม

เฉลย

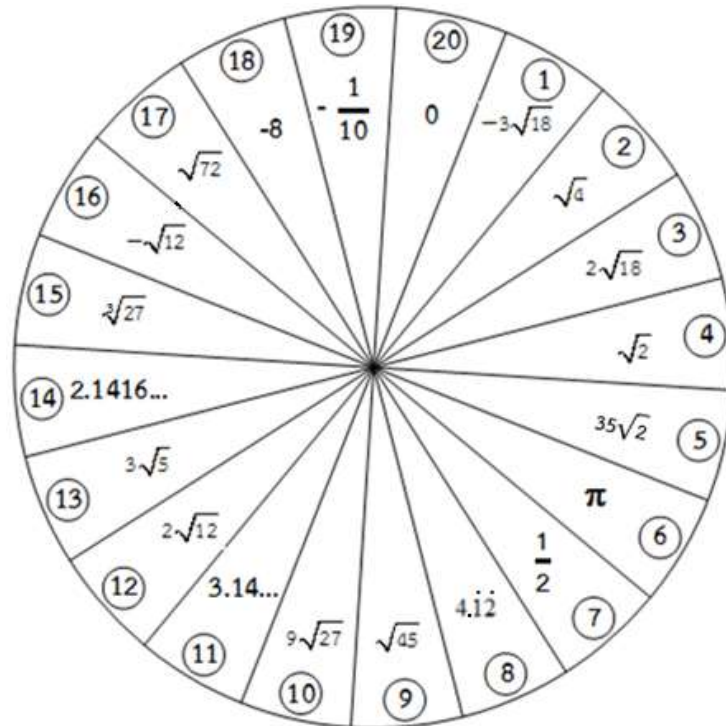
- 4) ถูก เพราะ นักเรียนที่สูงที่สุด สูงกว่านักเรียนที่เตี้ยที่สุด $175 - 140 = 35$ คน

ตัวลวง

- 1) ผิด เพราะ มัธยฐานข้อมูลชุดนี้เท่ากับ $(159 + 160) \div 2 = 159.5$
- 2) ผิด เพราะ ข้อมูลชุดนี้ไม่มีฐานนิยม
- 3) ผิด เพราะ นักเรียนที่สูงกว่า 160 เซนติเมตร มีจำนวนคิดเป็นร้อยละ $\frac{8}{20} \times 100 = 40$

ตอนที่ 2 แบบเชิงซ้อน ข้อ 18 - 21 ให้นักเรียนระบายคำตอบ ในช่อง ใช่ หรือ ไม่ใช่ ในแต่ละข้อความ

18. กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้จัดทำเกมปาเป้าขึ้น เพื่อฝึกการคิดคำนวณของนักเรียนในเรื่อง จำนวนจริง ซึ่งเกมปาเป้ามีลักษณะ ดังรูป (กำหนด $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



พิจารณาความสอดคล้องของข้อความที่กำหนดให้กับข้อมูลข้างต้นว่าเป็นจริงหรือไม่ ถ้าเป็นจริงให้ระบายในวงกลม ① ได้คำว่า “ใช่” ถ้าไม่เป็นจริงให้ระบายในวงกลม ② ได้คำว่า “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อย่อย

ข้อ	ข้อความ	ใช่	ไม่ใช่
18.1	นายปิติ ปาได้ ④, ⑬, ⑥, ⑭, ⑧ แล้วบอกว่า ทุกจำนวนเป็นจำนวนอตรรกยะ	①	②
18.2	นางสาววาสนา ปาได้ ②, ⑮, ⑦, ⑱, ⑳ แล้วบอกว่า ทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ	①	②
18.3	นายณรงค์ ปาได้ 4 เบอร์ แล้วนำมา ⑨ + ⑰ - ⑬ - ③ จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็ม	①	②
18.4	นางสาวทรัพย์ ปาได้ ① + ⑤ จะได้ผลลัพธ์ น้อยกว่า นายพี ที่ได้ ⑩ - ⑫	①	②

ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริงและใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย

18.1 ไม่ใช่ เพราะ $\sqrt{2}$, $-\sqrt{12}$, π , $3.1461\dots$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

แต่ $4.\dot{1}\dot{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

18.2 ใช่ เพราะ $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt[3]{27} = 3$, -8 , $\frac{1}{2}$, 0 ซึ่งทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

18.3 ใช่ เพราะ $\sqrt{45} + \sqrt{72} - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{18} = 3\sqrt{5} + 6\sqrt{2} - 3\sqrt{5} - 6\sqrt{2} = 0$

$\sqrt{45} + \sqrt{72} - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{18}$ มีผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็ม

18.4 ใช่ เพราะ นางสาวทรัพย์ $-3\sqrt{18} + 35\sqrt{2} = -9\sqrt{2} + 35\sqrt{2}$

$$= 26\sqrt{2}$$

$$\approx 36.764$$

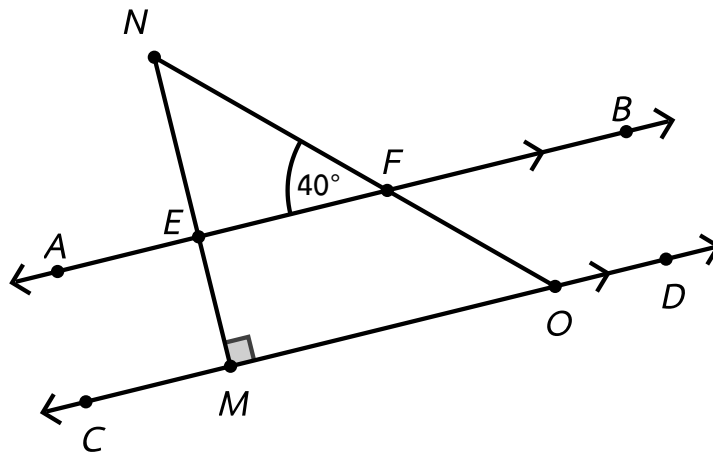
นายพี $9\sqrt{27} - 2\sqrt{12} = 27\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$

$$= 23\sqrt{3}$$

$$\approx 39.836$$

ดังนั้น นางสาวทรัพย์ ได้ผลลัพธ์น้อยกว่า นายพี

19. จากรูปกำหนด รูปสามเหลี่ยม NMO เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\widehat{EFN} = 40^\circ$



พิจารณาความสอดคล้องของข้อความที่กำหนดให้กับข้อมูลข้างต้นว่าเป็นจริงหรือไม่
ถ้าเป็นจริงให้ระบายในวงกลม ① ได้คำว่า “ใช่” ถ้าไม่เป็นจริงให้ระบายในวงกลม ②
ได้คำว่า “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อย่อย

ข้อ	ข้อความ	ใช่	ไม่ใช่
19.1	\widehat{FOD} มีขนาด 140°	①	②
19.2	$\widehat{ENF} + \widehat{MOF} = 90^\circ$	①	②
19.3	$\widehat{EFO} = \widehat{EMO} + \widehat{BFO}$	①	②
19.4	$\widehat{FOD} = \widehat{EMC} + \widehat{ENF}$	①	②

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/2 นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน และรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการ
แก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เฉลย

19.1 ใช่ เพราะ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ มี \overline{NO} เป็นเส้นตัด

$$\widehat{EFN} = 40^\circ \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$\widehat{EFN} + \widehat{BFN} = 180^\circ \quad (\text{มุมตรง})$$

$$\widehat{BFN} = 180^\circ - 40^\circ$$

$$\widehat{BFN} = 140^\circ$$

$$\widehat{BFN} = \widehat{EFO} \quad (\text{มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน})$$

$$\widehat{EFO} = \widehat{FOD} \quad (\text{มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน})$$

$$\widehat{FOD} = 140^\circ$$

19.2 ใช่ เพราะ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม รวมกัน เท่ากับ 180°

$$\widehat{FEN} + \widehat{NFE} + \widehat{ENF} = 180^\circ$$

$$90^\circ + 40^\circ + \widehat{ENF} = 180^\circ$$

$$130^\circ + \widehat{ENF} = 180^\circ$$

$$\widehat{ENF} = 180^\circ - 130^\circ$$

ดังนั้น $\widehat{ENF} = 50^\circ$

$$\widehat{EFN} = \widehat{BFO} = 40^\circ \quad (\text{มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน})$$

$$\widehat{BFO} = \widehat{MOF} = 40^\circ \quad (\text{มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน})$$

ดังนั้น $\widehat{MOF} = 40^\circ$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \widehat{ENF} + \widehat{MOF} &= 50^\circ + 40^\circ \\ &= 90^\circ \end{aligned}$$

19.3 ไม่ใช่ เพราะ เนื่องจาก $\widehat{EFO} = 140^\circ$, $\widehat{EMO} = 90^\circ$ และ $\widehat{BFO} = 40^\circ$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \widehat{EMO} + \widehat{BFO} &= 90^\circ + 40^\circ \\ &= 130^\circ \end{aligned}$$

เนื่องจาก $130^\circ \neq 140^\circ$

ดังนั้น $\widehat{EMO} + \widehat{BFO} \neq \widehat{EFO}$

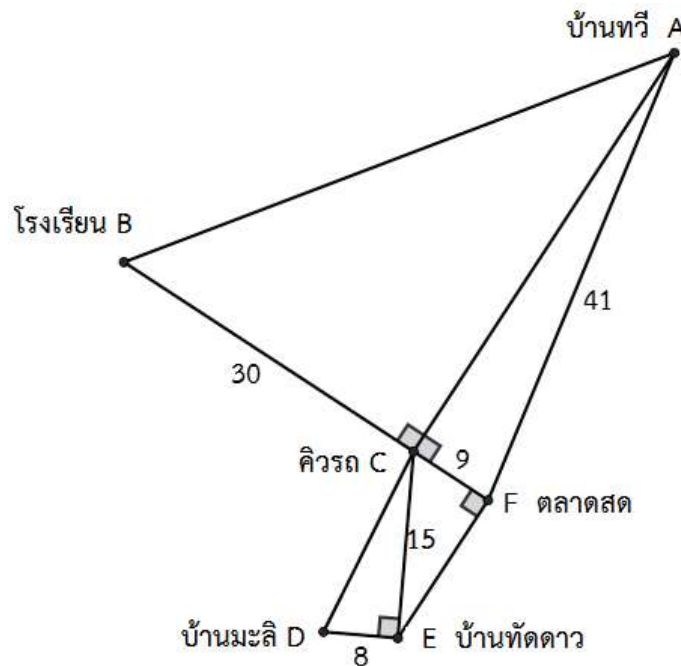
19.4 ใช่ เพราะ เนื่องจาก $\widehat{FOD} = 140^\circ$, $\widehat{EMC} = 90^\circ$ และ $\widehat{ENF} = 50^\circ$

$$\text{จะได้ว่า } \widehat{FOD} = \widehat{EMC} + \widehat{ENF}$$

$$140^\circ = 90^\circ + 50^\circ$$

$$140^\circ = 140^\circ$$

20. จากแผนผังแสดงตำแหน่ง และระยะตามเส้นทางระหว่างจุด ซึ่งแทนสถานที่ต่าง ๆ ต่อไปนี้



มีรถประจำทางวิ่งตามเส้นทาง ดังนี้

สาย 1 ขาไป C → B → A → F

 ขากลับ F → A → B → C

สาย 2 ขาไป C → A → F → E → D

 ขากลับ D → E → F → A → C

พิจารณาความสอดคล้องของข้อความที่กำหนดให้กับข้อมูลข้างต้นว่าเป็นจริงหรือไม่
ถ้าเป็นจริงให้ระบายในวงกลม ① ใต้คำว่า “ใช่” ถ้าไม่เป็นจริงให้ระบายในวงกลม ②
ใต้คำว่า “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อย่อย

ข้อ	ข้อความ	ใช่	ไม่ใช่
20.1	บ้านทวีอยู่ห่างจากคิวรถประจำทาง 40 กิโลเมตร	①	②
20.2	หัตตดาวเดินทางจากบ้านไปตลาดสด ใช้ระยะทางสั้นที่สุด คือ 12 กิโลเมตร	①	②
20.3	รถประจำทางสาย 1 วิ่งตามเส้นทาง จากโรงเรียนถึงตลาดสด มีระยะทาง 90 กิโลเมตร	①	②
20.4	มะลิเดินทางโดยรถประจำทางสาย 2 จากบ้านไปตลาดสด มีระยะทาง 20 กิโลเมตร	①	②

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย

20.1 ใช่ เพราะ หา AC จากรูปสามเหลี่ยม ACF โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

$$\begin{aligned}AC^2 &= AF^2 - CF^2 \\ &= 41^2 - 9^2 \\ &= 1,681 - 81 \\ AC^2 &= 1,600 \\ AC &= 40\end{aligned}$$

ดังนั้น บ้านทิวอยู่ห่างจากคิวนรถประจำทางเท่ากับ 40 กิโลเมตร

20.2 ใช่ เพราะ หา EF จากรูปสามเหลี่ยม CEF โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

$$\begin{aligned}EF^2 &= 15^2 - 9^2 \\ &= 225 - 81 \\ EF^2 &= 144 \\ EF &= 12\end{aligned}$$

ดังนั้น ทัดดาวเดินทางเป็นระยะทาง 12 กิโลเมตร

20.3 ไม่ใช่ เพราะ หา AB จากรูปสามเหลี่ยม ABC โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

$$\begin{aligned}AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ &= 40^2 + 30^2 \\ &= 1,600 + 900 \\ AB^2 &= 2,500 \\ AB &= 50\end{aligned}$$

และ รถประจำทางสาย 1 วิ่งตามเส้นทาง $B \rightarrow A \rightarrow F$ เป็นระยะทางเท่ากับ

$$AB + AF = 50 + 41 = 91$$

จะได้ว่า รถประจำทางสาย 1 วิ่งตามเส้นทาง จากโรงเรียนถึงตลาดสด มีระยะทาง 91 กิโลเมตร
ดังนั้น รถประจำทางสาย 1 วิ่งตามเส้นทาง จากโรงเรียนถึงตลาดสด มีระยะทาง 90 กิโลเมตร
จึงไม่ถูกต้อง

20.4 ใช้ เพราะ หา EF จากรูปสามเหลี่ยม CEF โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

$$\begin{aligned}EF^2 &= 15^2 - 9^2 \\ &= 225 - 81 \\ EF^2 &= 144 \\ EF &= 12\end{aligned}$$

และ รถประจำทางสาย 2 วิ่งตามเส้นทาง $D \rightarrow E \rightarrow F$

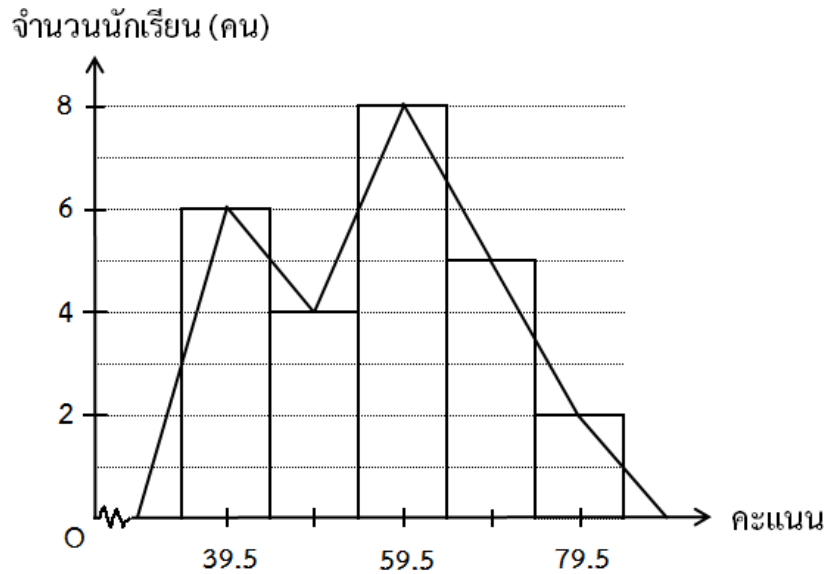
มะลิต้องเดินทางเป็นระยะทางเท่ากับ $DE + EF$

$$DE + EF = 8 + 12 = 20$$

ดังนั้น มะลิเดินทางโดยรถประจำทางสาย 2 จากบ้านไปตลาดสด

มีระยะทาง 20 กิโลเมตร

21. กำหนดฮิสโทแกรม แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ กับ จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เมื่อฮิสโทแกรมมีความกว้างเท่า ๆ กัน ทุกชั้น



พิจารณาความสอดคล้องของข้อความที่กำหนดให้กับข้อมูลข้างต้นว่าเป็นจริงหรือไม่ ถ้าเป็นจริงให้ระบายในวงกลม ① ใต้คำว่า “ใช่” ถ้าไม่เป็นจริงให้ระบายในวงกลม ② ใต้คำว่า “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อย่อย

ข้อ	ข้อความ	ใช่	ไม่ใช่
21.1	ความกว้างอันตรภาคชั้นเป็น 10	①	②
21.2	ขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุด คือ 54.5	①	②
21.3	ขอบบนของอันตรภาคชั้นที่มีคะแนนสูงสุด คือ 64.5	①	②
21.4	นักเรียนทั้งหมดมีจำนวน 25 คน	①	②

ตัวชี้วัด ค 3.1 ม.2/1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล จากแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

เฉลย

$$21.1 \text{ ใช่ เพราะ ความกว้างอันตรภาคชั้น (I) = \frac{59.5 - 39.5}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

21.2 ใช่ เพราะ ชั้นที่ 3 มีความถี่สูงสุด มีจุดกึ่งกลางชั้นเป็น 59.5

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ขอบล่าง} &= 59.5 - \frac{I}{2} \\ &= 59.5 - \frac{10}{2} \\ &= 59.5 - 5 \\ &= 54.5 \end{aligned}$$

21.3 ไม่ใช่ เพราะ เนื่องจากชั้นที่มีคะแนนสูงสุดอยู่มีจุดกึ่งกลางชั้นเป็น 79.5

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ขอบบน} &= 79.5 + \frac{I}{2} \\ &= 79.5 + \frac{10}{2} \\ &= 79.5 + 5 \\ &= 84.5 \end{aligned}$$

21.4 ใช่ เพราะ อันตรภาคชั้นที่ 1 มีความถี่ เท่ากับ 6

อันตรภาคชั้นที่ 2 มีความถี่ เท่ากับ 4

อันตรภาคชั้นที่ 3 มีความถี่ เท่ากับ 8

อันตรภาคชั้นที่ 4 มีความถี่ เท่ากับ 5

อันตรภาคชั้นที่ 5 มีความถี่ เท่ากับ 2

ผลรวมของความถี่ทั้งหมด เท่ากับ $6 + 4 + 8 + 5 + 2 = 25$

ดังนั้น นักเรียนทั้งหมดมีจำนวน 25 คน

ตอนที่ 3 แบบเขียนตอบสั้น ข้อ 22 – 29 ให้นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องแล้วเขียนเติมคำตอบลงในกระดาษคำตอบให้ถูกต้อง

22. กำหนด จำนวน A และ B ดังนี้

$$A = \frac{2^5 \times 3^4 \times 5^3}{2^4 \times 3} \quad \text{และ} \quad B = \left(\frac{8 \times 27 \times 125}{4 \times 25} \right)^{-1}$$

จงหาค่าของ $A \times B$

ตอบ.....

ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.2/1 เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เกณฑ์การให้คะแนน

ตอบถูกต้อง 3.5 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

เฉลย 25 หรือ 5^2

แนวคิด

$$\begin{aligned} A \times B &= \frac{2^5 \times 3^4 \times 5^3}{2^4 \times 3} \times \left(\frac{8 \times 27 \times 125}{4 \times 25} \right)^{-1} \\ &= \frac{2^5 \times 3^4 \times 5^3}{2^4 \times 3} \times \frac{4 \times 25}{8 \times 27 \times 125} \\ &= \frac{2^5 \times 3^4 \times 5^3}{2^4 \times 3} \times \frac{2^2 \times 5^2}{2^3 \times 3^3 \times 5^3} \\ &= 2^{5+2-4-3} \times 3^{4-1-3} \times 5^{3+2-3} \\ &= 2^0 \times 3^0 \times 5^2 \\ &= 5^2 \\ &= 25 \end{aligned}$$

23. ผลลัพธ์จากการคำนวณของอาทิตย์ และทวิศักดิ์ มีค่าต่างกันเท่าใด

อาทิตย์	$\sqrt[3]{512} + \sqrt{50} - \sqrt{18}$
ทวิศักดิ์	$\sqrt[3]{64} - \sqrt{98} + \sqrt{162}$

ตอบ.....

ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.2/2 เข้าใจจำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนจริงและใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เกณฑ์การให้คะแนน

ตอบถูกต้อง 3.5 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

เฉลย 4

แนวคิด

อาทิตย์

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{512} + \sqrt{50} - \sqrt{18} &= 8 + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \\ &= 8 + 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

ทวิศักดิ์

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{64} - \sqrt{98} + \sqrt{162} &= 4 - 7\sqrt{2} + 9\sqrt{2} \\ &= 4 + 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

ดังนั้น ได้ผลลัพธ์มีค่าต่างกัน คือ $(8 + 2\sqrt{2}) - (4 + 2\sqrt{2}) = 4$



$$\begin{aligned}
 24. \text{ กำหนด } & \text{พหุนาม} & P(x) & = & 10x^3 + 5x \\
 & & Q(x) & = & 5x^2 - 20x \\
 & \text{และ} & R(x) & = & 5x
 \end{aligned}$$

จงหาค่าของ $\frac{P(x) + Q(x)}{R(x)}$

ตอบ.....

ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.2/1 เข้าใจหลักการการดำเนินการของพหุนาม และใช้พหุนามในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนน

ตอบถูกต้อง 3.5 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

เฉลย $2x^2 + x - 3$

แนวคิด

$$\begin{aligned}
 \frac{P(x) + Q(x)}{R(x)} &= \frac{(10x^3 + 5x) + (5x^2 - 20x)}{5x} \\
 &= \frac{10x^3 + 5x^2 - 15x}{5x} \\
 &= 2x^2 + x - 3
 \end{aligned}$$

25. เรณูและพีไลต้องการทำโคมลอย ซึ่งมีลักษณะดังนี้
- เรณู ทรงกระบอกฐานเปิดด้านหนึ่ง มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 1 เมตร และสูง 120 เซนติเมตร
- พีไล ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ฐานเปิดด้านหนึ่ง มีฐานยาวด้านละ 50 เซนติเมตร และสูง 80 เซนติเมตร
- เรณูและพีไล ทำโคมลอยใช้กระดาษทั้งหมดรวมกัน ก็ตารางเมตร (กำหนด $\pi = 3.14$)

ตอบ.....

ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.2/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึมและ ทรงกระบอกในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

เฉลย 6.403 ตารางเมตร

แนวคิด พื้นที่ผิวโคมลอยของเรณู มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 1 เมตร และ ความสูง 120 เซนติเมตร

$$r = 0.5 \text{ เมตร} \quad \text{และ} \quad h = 120 \text{ เซนติเมตร} = 1.20 \text{ เมตร}$$

$$\begin{aligned} 1) \text{ หาพื้นที่ผิวด้านข้างของทรงกระบอก} &= 2\pi rh \\ &= 2 \times 3.14 \times 0.5 \times 1.2 \\ &= 3.768 \text{ ตารางเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ หาพื้นที่ด้านบนของทรงกระบอก} &= \pi r^2 \\ &= 3.14 \times 0.5 \times 0.5 \\ &= 0.785 \text{ ตารางเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น พื้นที่ผิวโคมลอยของเรณู} &= 3.768 + 0.785 \\ &= 4.553 \text{ ตารางเมตร} \end{aligned}$$

พื้นที่ผิวโคมลอยของพีไล มีฐานยาวด้านละ 0.5 เมตร และ ความสูง 0.8 เมตร

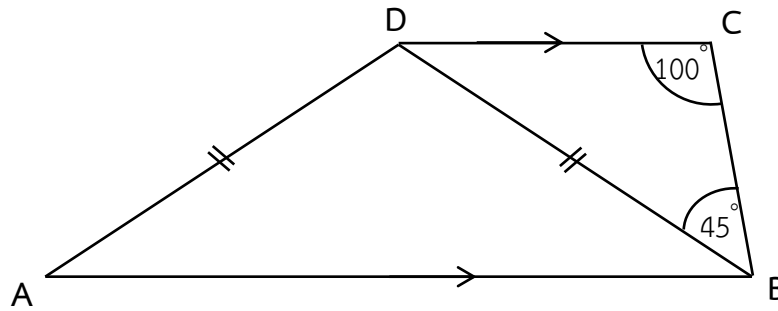
$$\begin{aligned} 1) \text{ หาพื้นที่ผิวด้านข้างของปริซึม} &= \text{ความยาวรอบฐาน} \times \text{ความสูง} \\ &= (4 \times 0.5) \times 0.8 \\ &= 1.6 \text{ ตารางเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ หาพื้นที่ด้านบนของปริซึม} &= \text{ด้าน} \times \text{ด้าน} \\ &= 0.5 \times 0.5 \\ &= 0.25 \text{ ตารางเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น พื้นที่ผิวโคมลอยของพีไล} &= 1.6 + 0.25 \\ &= 1.85 \text{ ตารางเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ต้องใช้กระดาษทั้งหมด} &= 4.553 + 1.85 \\ &= 6.403 \text{ ตารางเมตร} \end{aligned}$$

26. กำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยที่ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ และ $AD = DB$ ดังรูป



มุม ADB มีขนาดเท่ากับกี่องศา

ตอบ.....

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/2 นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน และรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนน

ตอบถูกต้อง 3.5 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

เฉลย 110 องศา

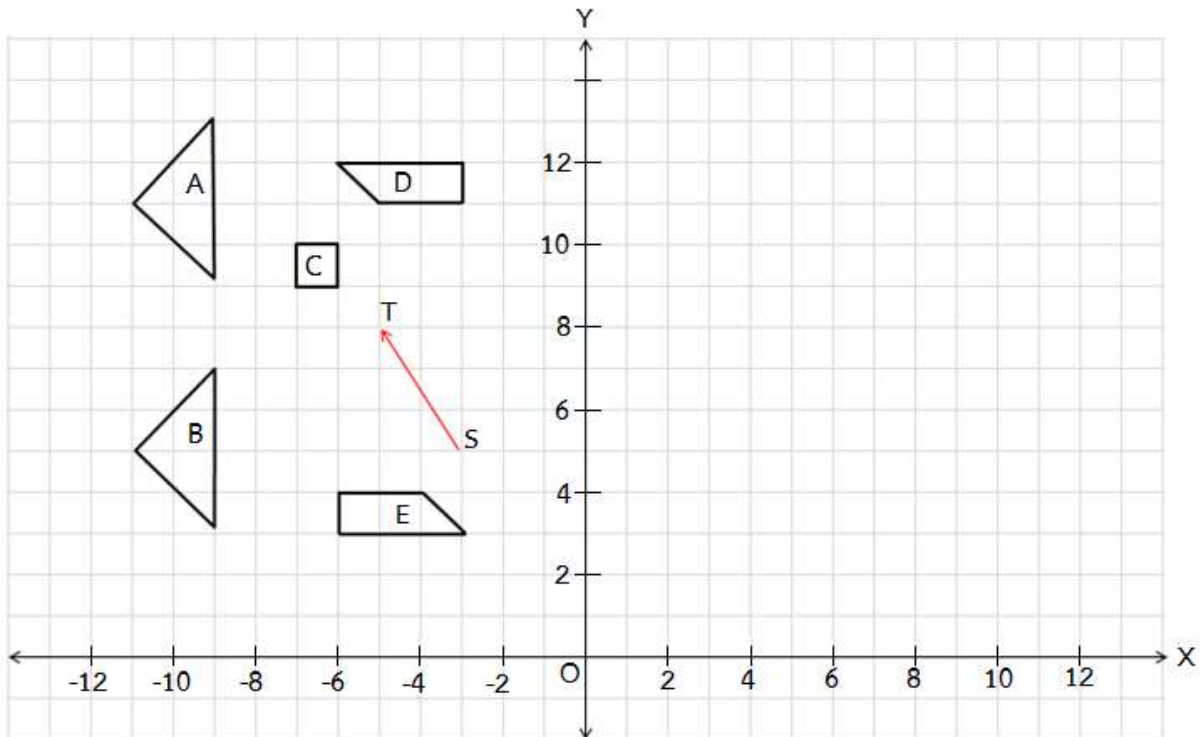
แนวคิด จาก $\triangle BCD$ จะได้ $\widehat{BDC} = 35^\circ$ (มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180°)

$\widehat{ABD} = \widehat{CDB} = 35^\circ$ (เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ทำให้มุมแย้งเท่ากัน)

$\widehat{DAB} = \widehat{DBA} = 35^\circ$ (สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)

$\widehat{ADB} = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ$ (มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180°)

27. กำหนดรูป A, B, C, D และ E เป็นรูปต้นแบบ และเวกเตอร์ ST ดังรูป



กำหนดการแปลงทางเรขาคณิตของรูปต้นแบบแต่ละรูป ดังนี้

รูปต้นแบบ	การแปลงทางเรขาคณิต
A	เลื่อนขนานตามแกน X ไปทางขวา 15 หน่วย
B	สะท้อนข้ามแกน Y แล้วเลื่อนขนานตามแนวเวกเตอร์ \vec{ST}
C	สะท้อนข้ามแกน Y
D	เลื่อนขนานตามแกน X ไปทางขวา 10 หน่วย และเลื่อนลงขนานตามแกน Y 5 หน่วย
E	เลื่อนขนานตามแกน X ไปทางขวา 12 หน่วย และเลื่อนขึ้นขนานตามแกน Y 9 หน่วย

ภาพที่ได้จากการแปลงรูปต้นแบบ A, B, C, D และ E นำมาประกอบกันจะมีลักษณะคล้ายกับอักษรตัวใดในภาษาอังกฤษ

ตอบ.....

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/3 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

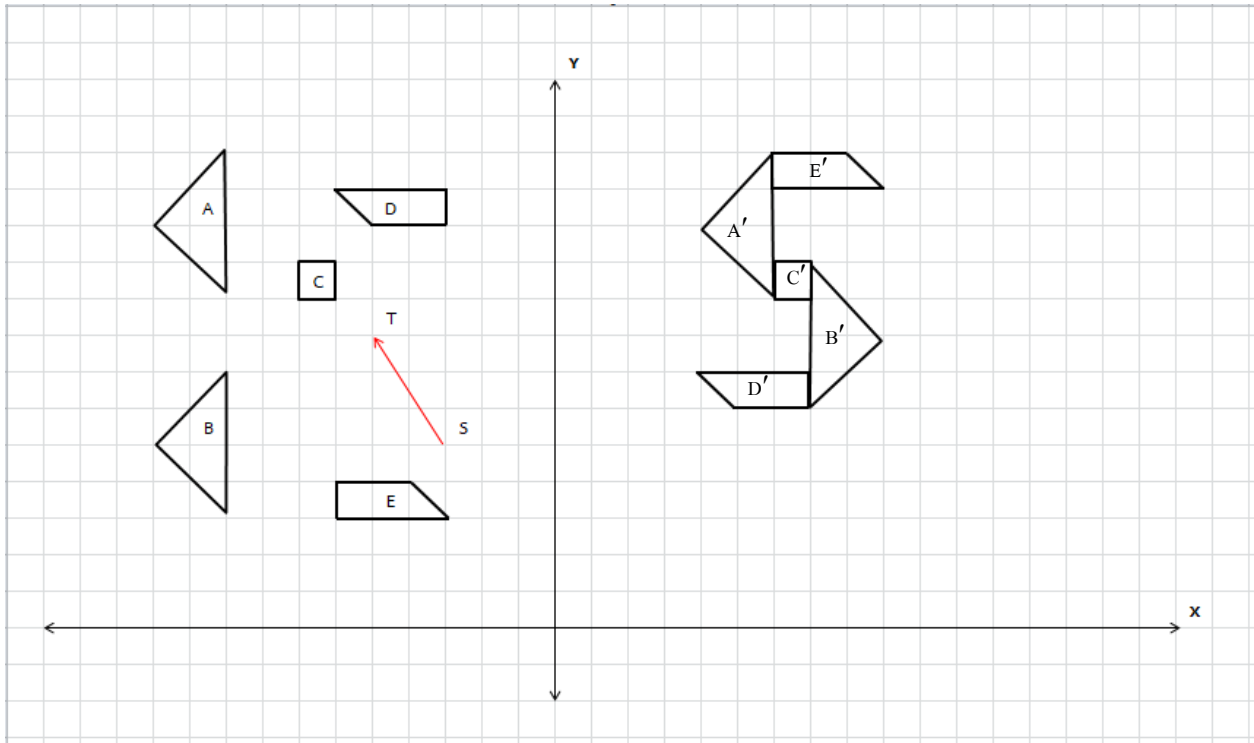
เกณฑ์การให้คะแนน

ตอบถูกต้อง 3.5 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

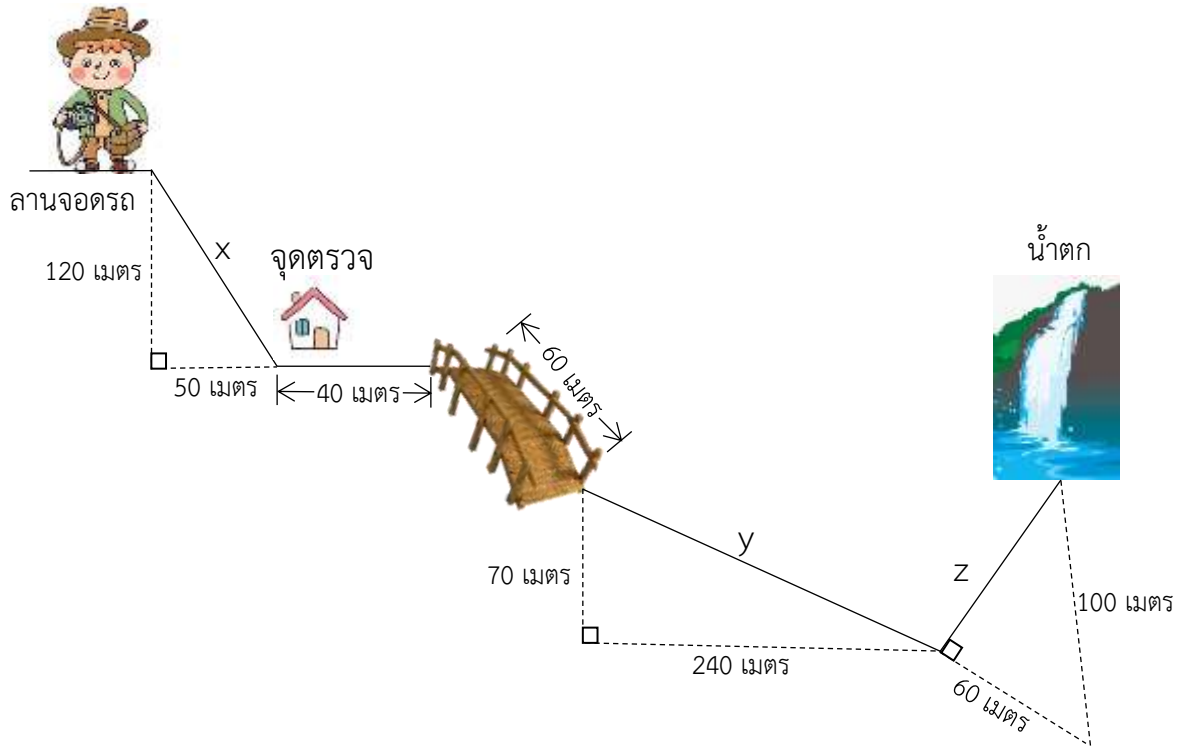
เฉลย S (เอส)

แนวคิด

ภาพที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิต เป็นดังนี้



28. ก้องภพชอบเที่ยวธรรมชาติ วันนี้จะไปเที่ยวชมน้ำตก และต้องเดินจากลานจอดรถไปตามจุดต่าง ๆ ดังภาพต่อไปนี้



ก้องภพเดินทางจากลานจอดรถไปถึงน้ำตกเป็นระยะทางกี่เมตร

ตอบ.....

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/5 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง

เกณฑ์การให้คะแนน

ตอบถูกต้อง 3.5 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

เฉลย 560 เมตร

แนวคิด

จาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} \text{หา } x \text{ จาก } \quad x^2 &= 120^2 + 50^2 \\ &= 14,400 + 2,500 \\ x^2 &= 16,900 \\ x &= 130 \\ \text{หา } y \text{ จาก } \quad y^2 &= 70^2 + 240^2 \\ &= 4,900 + 57,600 \\ y^2 &= 62,500 \\ y &= 250 \\ \text{หา } z \text{ จาก } \quad 100^2 &= z^2 + 60^2 \\ z^2 &= 100^2 - 60^2 \\ &= 10,000 - 3,600 \\ z^2 &= 6,400 \\ z &= 80 \end{aligned}$$

ดังนั้น ระยะทางทั้งหมด $130 + 40 + 60 + 250 + 80 = 560$ เมตร

29. จากแผนภาพต้นไม้-ใบ ของข้อมูลชุดหนึ่งเป็นดังนี้

ต้นไม้	ใบ
1	2 2 4 5 6
2	1 1 3 5 7
3	4 5 7 8
4	1 1 1 2
5	1 4

จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้

ตอบ.....

ตัวชี้วัด ค 3.1 ม.2/1 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล จากแผนภาพจุด แผนภาพต้นไม้-ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูลและ แปล ความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำเสนอสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

เกณฑ์การให้คะแนน

ตอบถูกต้อง 3.5 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

เฉลย 30

แนวคิด จากแผนภาพต้นไม้-ใบ สามารถเรียงข้อมูลได้ดังนี้

12 12 14 15 16

21 21 23 25 27

34 35 37 38

41 41 41 42

51 54

$$\begin{aligned}
 \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{\text{ผลรวมของข้อมูล}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}} \\
 &= \frac{600}{20} \\
 &= 30
 \end{aligned}$$



ตอนที่ 3 แบบแสดงวิธีทำ ข้อ 30 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดพร้อมเขียนคำตอบลงในกระดาษคำตอบ

30.

กระป๋องนมทรงกระบอก 1 กระป๋อง บรรจุในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากได้พอดี
กระป๋องนมมีเส้นรอบวงยาว 14π เซนติเมตร และสูง 9 เซนติเมตร

จงแสดงวิธีทำในการหาปริมาตร (ลูกบาศก์เซนติเมตร) ของกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่บรรจุกระป๋องนม

วิธีทำ

ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

วิธีทำ ให้	กระป๋องนมมีรัศมียาว	r	เซนติเมตร
	กระป๋องนมมีเส้นรอบวง	14π	เซนติเมตร
	และสูง	9	เซนติเมตร
จาก	เส้นรอบวงของวงกลม	$= 2\pi r$	
		$2\pi r = 14\pi$	
		$r = \frac{14\pi}{2\pi}$	
		$r = 7$	

ดังนั้น กระป๋องนมมีรัศมียาว 7 เซนติเมตร

จะได้ เส้นผ่านศูนย์กลางยาว เท่ากับ $2 \times 7 = 14$ เซนติเมตร

ดังนั้น กล่องบรรจุกระป๋องนมมีฐานยาวด้านละ 14 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของกล่องบรรจุกระป๋องนม} &= \text{พื้นที่หน้าตัด} \times \text{ความสูง} \\ &= 14 \times 14 \times 9 \\ &= 1,764 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ตอบ กล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่บรรจุกระป๋องนมมีปริมาตร 1,764 ลูกบาศก์เซนติเมตร

เกณฑ์การให้คะแนน

พิจารณาให้คะแนนแต่ละข้อ ดังนี้

1. หาความยาวของรัศมีกระป๋องนม
2. หาความยาวฐานของกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่บรรจุกระป๋องนม
3. หาปริมาตรของกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่บรรจุกระป๋องนม

คะแนน	เกณฑ์พิจารณา
5	แสดงวิธีทำและคำนวณหาคำตอบในข้อ 1, 2 และ 3 ได้ถูกต้อง
4	แสดงวิธีทำและคำนวณหาคำตอบในข้อ 1 และ 2 ได้ถูกต้อง และแสดงวิธีทำในข้อ 3 ได้ถูกต้อง แต่คำนวณหาคำตอบไม่ถูกต้อง
3	แสดงวิธีทำและคำนวณหาคำตอบในข้อ 1, 2 ได้ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำและคำนวณหาคำตอบในข้อ 3 ไม่ถูกต้อง
	แสดงวิธีทำในข้อ 1, 2 และ 3 ได้ถูกต้อง แต่หาคำนวณหาคำตอบในข้อ 1, 2 และ 3 ไม่ถูกต้อง
2	แสดงวิธีทำและคำนวณหาคำตอบในข้อ 1 ได้ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำและคำนวณหาคำตอบในข้อ 2, 3 ไม่ถูกต้อง
	แสดงวิธีทำในข้อ 1 หรือ ข้อ 2 หรือ ข้อ 3 ได้ถูกต้อง 2 ข้อ แต่คำนวณหาคำตอบในข้อ 1, 2 และ 3 ไม่ถูกต้อง
1	แสดงวิธีทำในข้อ 1 หรือ ข้อ 2 หรือ ข้อ 3 ได้ถูกต้อง 1 ข้อ แต่คำนวณหาคำตอบในข้อ 1, 2 และ 3 ไม่ถูกต้อง
0	แสดงวิธีทำในข้อ 1, 2 และ 3 ไม่ถูกต้อง
	ไม่แสดงวิธีทำ